

解き方が見つかる！ 中学数学「目のつけどころ」ドリル



～場合の数・確率編（厳選 6 題[大問]）～

こんにちは、すうがくパパです！

このドリルは、応用問題を「どうやって解きはじめるか？」「どこに注目すると解けるのか？」——そんな「**目のつけどころ**」をマスターするための教材です。

◆このドリルの特長

問題と答えは原則同じページにあるので、解いたらすぐに答え合わせができます。

【解説】は別ページで丁寧に。自分の考え方とじっくり比べられます。

さらに、



のコーナーでは、「どこから考えるとよいか？」を直感的にわかりやすく紹介しています。読むだけでも発想のヒントが身につくように工夫されています！

◆こんな人におすすめ

「公式は知ってるけど、解き方の糸口がわからない」

「問題を見て、どこに注目すればいいかを知りたい」

「入試対策として応用力をつけたい」

「塾や学校の教材だけじゃ物足りない！」

このドリルで「目のつけどころ」をマスターして、実戦力をアップしましょう！

【問題①】

- (1) 赤玉 3 個・白玉 3 個・青玉 3 個がある。この中から 5 個を選ぶとき、選び方は全部で何通りあるか。(ただし、同じ色の玉は区別しないものとする。)
- (2) 1 のカード 3 枚、2 のカード 3 枚、3 のカード 2 枚、4 のカード 1 枚がある。これらから何枚か選んで、合計が 9 になる選び方は何通りか。
- (3) 0, 1, 2, 3 が書かれたカードがそれぞれ 2 枚ずつある。これらのカードを並べて 3 桁の整数を作るとき、何通りになるか。

【解答①】

- (1) 12 通り
(2) 9 通り
(3) 45 通り

【解説①】

(1)



いわゆる順列・組み合わせの問題で公式を知っている人も多いと思いますが、入試レベルの問題だと公式に当てはめて解けるケースはほとんどありません。

どういふケースがあるのか、いくつか書き出してみることがとても重要です。

この問題は**色が 3 種類あってややこしいので、まずは赤玉がゼロの場合を考えてみましょう。**

この場合、白玉と青玉の 2 色から 5 個選ぶことになりますね。

白玉・青玉とも 3 個あるので、この場合次の 2 通りになります。

赤玉	白玉	青玉
0	3	2
	2	3

では、次に赤玉が 1 個の場合を考えてみましょう。

このケースでは、**残り 4 個を白玉・青玉からどう選ぶかを考えれば良い**ことが分かります。

この場合は次の 3 通りになりますね。

赤玉	白玉	青玉
1	3	1
	2	2
	1	3

では、赤玉が 2 個の場合も考えてみましょう。残り 3 個を白玉・青玉から選ぶことになります。

赤玉	白玉	青玉
2	3	0
	2	1
	1	2
	0	3

次に、赤玉が 3 個の場合を考えてみましょう。残り 2 個を白玉・青玉から選ぶことになります。

赤玉	白玉	青玉
3	2	0
	1	1
	0	2

以上から、選び方は全部で 12 通りとなります。

《別解》

選んだ 5 個の玉を同じ色で集めると、

パターン①：3 個+2 個

パターン②：3 個+1 個+1 個

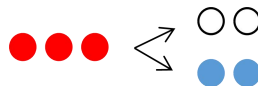
パターン③：2 個+2 個+1 個

の 3 つのパターンがあります。

なので、それぞれのパターンについて、色の違いによって何通りあるのか考えてみる方法もあります。

＜パターン①の場合＞

例えば、赤玉が 3 個の場合には、白玉 2 個の場合と、青玉 2 個の場合で、2 通りありますね。

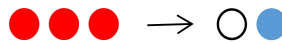


青玉や白玉が 3 個の場合も、それぞれ 2 通りあるので、

パターン①全体としては、 $3 \times 2 = 6$ 通りあります。

＜パターン②の場合＞

赤玉が 3 個の場合には、白玉・青玉が 1 個ずつの 1 通りだけです。



したがって、パターン②全体としては 3 通りになります。

＜パターン③の場合＞

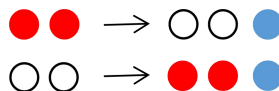
赤玉が 1 個の場合には、白玉・青玉が 2 個ずつの 1 通りだけです。



したがって、パターン③全体としては 3 通りになります。

ここでうっかり赤玉が 2 個の場合を考えると、

次の二つのケースをダブって数えてしまうので注意が必要です。



このパターンは 2 個が 2 色あるので、1 個の色で考えるのが良いですね。

以上から、パターン①～③全体では、 $6 + 3 + 3 = 12$ 通りとなります。

(2)



この手の問題ではシンプルに、一番枚数の少ないカードの組み合わせを考えてみましょう。

$$\textcircled{4} + \textcircled{3} + \textcircled{2}$$

ですね。そこで、一番大きい④（1枚）を残したうえで、
「残りのカードの和が5になる組み合わせが他にないか」
を考えると分かりやすいですね。これは、具体的には以下になります。

$$\textcircled{4} + \textcircled{3} + \textcircled{1} + \textcircled{1}$$

$$\textcircled{4} + \textcircled{2} + \textcircled{2} + \textcircled{1}$$

$$\textcircled{4} + \textcircled{2} + \textcircled{1} + \textcircled{1} + \textcircled{1}$$

つまり、④を使う場合の組み合わせは、全部で4通りあります。

次に、④を使わない場合を考えてみましょう。

それぞれのカードの枚数に気をつけると、一番カードの枚数が少ない組み合わせは

$$\textcircled{3} + \textcircled{3} + \textcircled{2} + \textcircled{1}$$

になります。そこで③の枚数に注目して、残りのカードを考えることにしましょう。

まず、③を2枚使う場合は、他に

$$\textcircled{3} + \textcircled{3} + \textcircled{1} + \textcircled{1} + \textcircled{1}$$

がありますね。

次に、③を1枚だけ使う場合は、残りのカードの和が6になる組み合わせを考えることになるので、カードの枚数に気をつけると

$$\textcircled{3} + \textcircled{2} + \textcircled{2} + \textcircled{2}$$

$$\textcircled{3} + \textcircled{2} + \textcircled{2} + \textcircled{1} + \textcircled{1}$$

の2通りです。

最後に③がゼロ枚の場合は

$$\textcircled{2} + \textcircled{2} + \textcircled{2} + \textcircled{1} + \textcircled{1} + \textcircled{1}$$

があります。

これらを合わせると、④を使わない組み合わせは5通りになります。

したがって、全体としては9通りの組み合わせです。

(3)



百の位には①②③のどれかを使うことになるので、例えば③を使ってみましょう。

このとき残りのカードは

①① ①① ②② ③

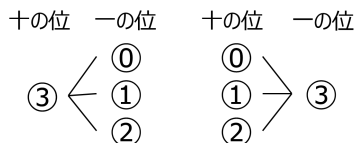
ですね。…※

ここで**下二けたが①①②だけの場合を考える**と、①①②のいずれも2枚ずつありますから、十の位も一の位も3種類のカードが使えますね。

つまり、下二けたは $3 \times 3 = 9$ 通り になります。

次に、下二けたに③が混ざる場合を考えます。

残り一枚は①①②のいずれかになるため、以下の6通りがありますね。



以上から、百の位が③の場合は合計で $9 + 6 = 15$ 通り になります。…※※

百の位が①②の場合も、同様に15通りあるので、

全体としては $15 \times 3 = 45$ 通りとなります。

《別解》

※で下二けたが①①②の場合と、③が混ざる場合に分けて考えるのは、ちょっと面倒かもしれません。

そこで、※で③を1枚追加してみます。すると残りのカードは

①① ①① ②② ③③

になります。

このとき、下二けたは①①②③を自由に選べるので、

$4 \times 4 = 16$ 通り あります。

その中で、追加したものを含めて③を2枚使うのは、

③③

の1通りだけなので、

追加した③を使わない数字は※※と同様に $16 - 1 = 15$ 通りと計算できます。